Anuitas

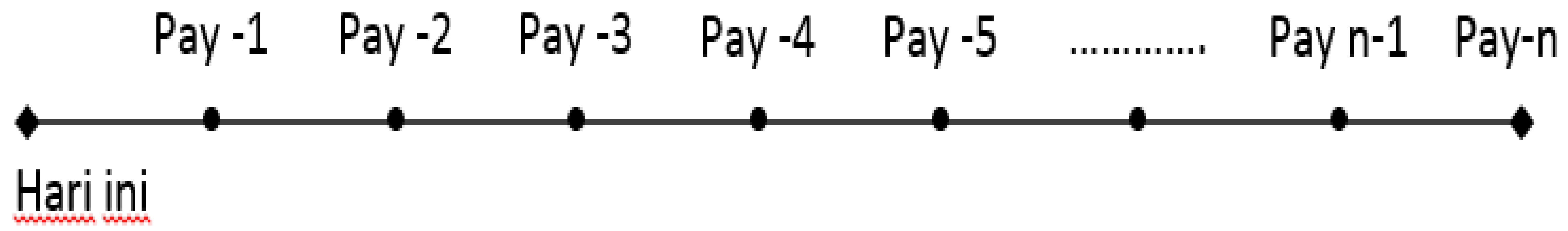
T. Parulian

ANUITAS DI MUKA DAN DITUNDA

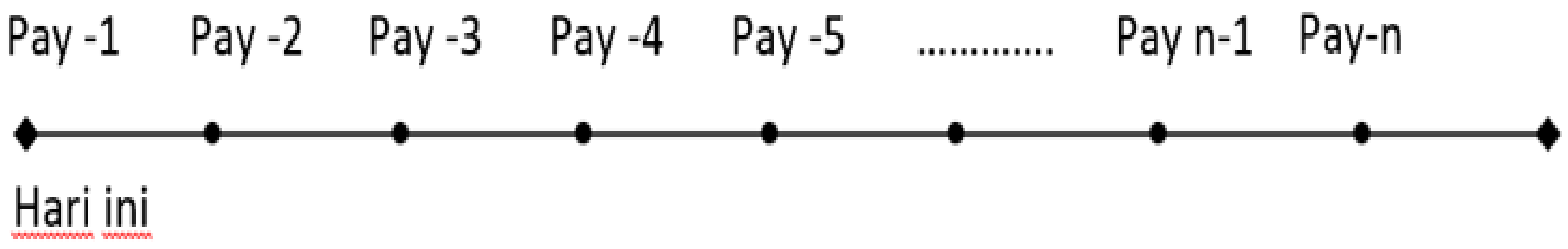
ANUITAS DIMUKA

Anuitas dimuka tidak jauh berbeda dengan anuitas biasa, perbedaanya hanya terletak pada pembayaran pertama. Jika pada anuitas biasa pembayaran/penerimaan terakhir dilakukan pada akhir periode pertama atau, maka anuitas dimuka pembayaran/penerimaan pertama dilakukan pada saat transaksi. Dengan demikian untuk kasus jumlah dan waktu periode cicilan yang sama, anuitas dimuka akan selesai lebih cepat dibandingkan dengan anuitas biasa. Untuk lebih jelasnya perbedaan antara anuitas biasa dan dimuka bisa dijelaskan seperti berikut

Pembayaran (pay) cicilan pinjaman Anuitas Biasa



Pembayaran (pay) cicilan pinjaman Anuitas Dimuka



Dari contoh tersebut dapat dilihat bahwa, dengan jumlah periode yang sama, periode pada anuitas di muka berakhir satu periode sebelum periode anuitas biasa berakhir. Sehingga, persamaan untuk menghitung nilai sekarang pada anuitas di muka dinotasikan sebagai berikut:

$$PV = *\overbrace{\left(\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}\right) A}^{\text{Pembayaran ke 2 - 4}} + \overset{\text{Pembayaran pertama}}{A} +$$

Dengan demikian bisa disimpulkan bahwa PV pada anuitas dimuka sama dengan menghitung PV anuitas biasa dengan jumlah periode (n-1) ditambah dengan nilai pembayaran cicilan pertama pada saat terjadinya transaksi. Persamaan di atas dapat ditulis seperti berikut

$$PV = *\left(\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}\right) + 1 + A \quad \textbf{atau}$$

$$PV = *\left(\frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i}\right) + 1 + A$$

Dengan:

PV = nilai sekarang *(present value)*

P = jumlah yang dibayarkan secara periodik *(payment)*

i = tingkat bunga

n = jumlah periode

CONTOH (1): Hitunglah nilai sekarang dari pembayaran Rp 2.000.000 selama 2 tahun dengan tingkat bunga 12% p.a, jika pembayaran pertama dilakukan hari ini!

Diketahui : P = Rp 2.000.000

$i = \frac{12\%}{12} = 1\%$

n = 2 x 12 = 24

Ditanyakan : PV = ?

Solusi : $PV = P^{*}\left(\frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i}\right) + 1$

$= \text{Rp } 2.000.000 * \left(\frac{1-(1+0{,}01)^{-24+1}}{0{,}01}\right) + 1$

$= \text{Rp } 2.000.000 * \left(\frac{1-(1+0{,}01)^{-23})}{0{,}01}\right) + 1$

= Rp 42.911.642,26

Menghitung P, jika diketahui PV, i, dan n

$$P = \frac{P}{[(\frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i}) + 1]}$$

CONTOH (1): Lisa membeli sebuah *notebook* seharga Rp 9.550.000 dengan melakukan cicilan sebanyak 18 kali setiap bulan dengan tingkat bunga 18%p.a. Jika pembayarn cicilan pertama dilakukan saat pembelian, berapakah besarnya cicilan perbulan yang harus dibayarkan oleh Lisa?

Diketahui : PV = Rp 9.550.000

$i = \frac{18\%}{12} = 1,5\%$

$n = 18$

NILAI YANG AKAN DATANG PADA ANUITAS DI MUKA

Nilai yang akan datang dari sebuah anuitas adalah akumulasi jumlah pembayaran dan jumlah bunga pada akhir periode. Sehingga, pada anuitas di muka nilai yang akan datang ekuivalen dengan jumlah pembayaran dan bunga satu periode setelah pembayaran terkahir sebagaimana ditunjukan oleh gambar berikut ini.

Gambar tersebut menunjukan akumulasi pembayaran sampai periode (n-1) sama dengan anuitas biasa, namun karena pembayaran pada anuitas di muka berakhir satu periode lebih cepat dari anuitas biasa, maka kita perlu menabahkan bunga untuk satu periode berikutnya. Sehingga, persamaan untuk anuitas di muka adalah sebagai berikut:

$$FV = \left(P\,\frac{(1+i)^{n}-1}{i}\right) \times (1+i)$$

Dengan:

FV = nilai yang akan datang *(future value)*

P = jumlah yang dibayarkan secara periodik *(payment)*

i = tingkat bunga

n = jumlah periode

Diani menabung Rp 2.000.000 setiap awal bulan selama 5 tahun pada sebuah bank yangmemberikan bunga 10,5%p.a. berapakah jumlah tabungan yang dimiliki Diani pada akhir tahun ke-5?

Diketahui : P = Rp 2.000.000

$$i = \frac{10{,}5\%}{12} = 0{,}875\%$$

$n = 5 \times 12 = 60$

Ditanyakan : FV = ?

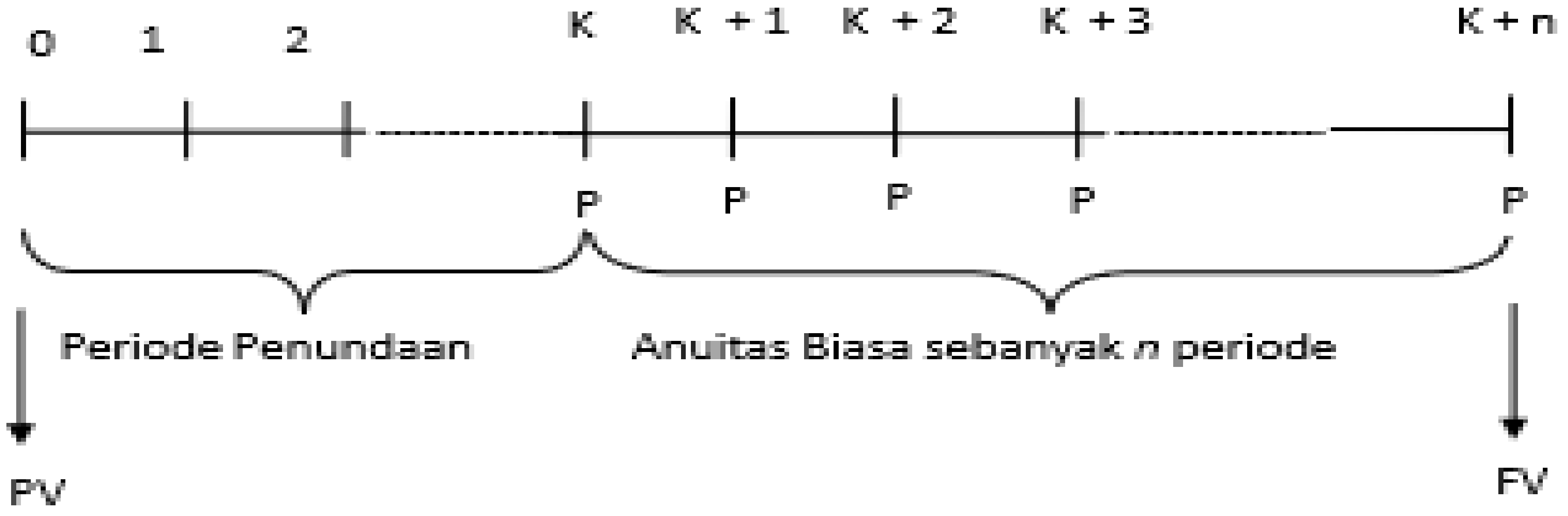
Solusi : $$FV = \left(P\,\frac{(1+i)^{n} - 1)}{i}\right) \times (1+i)$$

$$= \left(\text{Rp } 2.000.000\,\frac{(1+0{,}00875)^{60} - 1)}{0{,}00875}\right) \times (1 + 0{,}00875)$$

= Rp 158.311.030,4

ANUITAS DITUNDA

Pada prinsipnya anuitas ditunda sama dengan anuitas biasa, namun pembayaran pertamanya ditunda beberapa periode setelah periode pertama pembayaran bunga berakhir, misalnya sebanyak *k* periode. Karena pembayaran pertama anuitas biasa dilakukan pada akhir periode pertama, maka pembayaran pertama pada nuitas ditunda adalah ***k + 1.*** Sehingga jika waktu pembayaran pertama diketahui, nilai selama periode penundaan dapat dihitung menggunakan persamaan bunga majemuk dengan mengurangi satu periode pembayaran bunga.



Dengan:

PV = nilai sekarang *(present value)*

P = jumlah yang dibayarkan secara periodik *(payment)*

i = tingkat bunga

n = jumlah periode

k = periode penundaan

Hitunglah nilai sekarang dari pembayaran Rp 1.000.000 setiap bulan selama 1 semester, jika pembayaran pertama dilakukan 3 bulan lagi dengan tingakat bunga 18%p.a!

Diketahui : P = Rp 1.000.000

$i = \frac{18\%}{12} = 1{,}5\%$

n = 10

k = 3

Ditanyakan : PV = ?

Solusi : $PV = \dfrac{P\left[\frac{(1-(1+i)^{-n})}{i}\right]}{(1+i)^{k-1}}$

$= \dfrac{\text{Rp } 1.000.000 \left[\frac{(1-(1+0{,}015)^{-6})}{0{,}015}\right]}{(1+0{,}015)^{3-1}}$

= Rp 5.530.041,65

Menghitung P, jika diketahui PV, i, k, dan n

$$P = \frac{PV\,(1+i)^{k-1}}{*\frac{(1-(1+i)^{-n})}{i}+}$$

Angga meminjam uang sebesar Rp 100.000.000 dengan bunga 14%p.a dan setuju untuk mengembalikan pinjaman tersebut dalam 14 kali cicilan setiap 6 bulan sekali. Jika pembayaran pertama dilakukan 3,5 tahun yang akan datang, berapakah yang harus dibayarkan Angga setiap kali mencicil pinjaman tersebut?

Diketahui : PV = Rp 100.000.000

$i = \frac{14\%}{2} = 7\%$

$n = 14$

$k = 7$

Ditanyakan : P = ?

Solusi : P

$$= \frac{P\,(1+i)^{k-1}}{*\frac{(1-(1+i)^{-n})}{i}+}$$

$$= \frac{\text{Rp } 100.000.000\,(1+0{,}07)^{7-1}}{[\frac{(1-(1+0{,}07)^{-14})}{0{,}07}]}$$

= Rp 17.160.092

NILAI YANG AKAN DATANG PADA ANUITAS DITUNDA

Nilai yang akan datang pada anuitas ditunda merupakan nilai pada akhir periode yang terdiri atas seluruh pembayaran periodic ditambah dengan akumulasi bunga sampai akhir periode. Sehingga, nilai yang akan datang pada anuitas ditunda sama dengan nilai yang akan datang pada anuitas biasa.

$$\mathbf{FV = P}\ \frac{(1+i)^{n}-1)}{i}$$

Dengan:

FV = nilai yang akan datang *(future value)*
P = jumlah yang dibayarkan secara periodik *(payment)*
i = tingkat bunga
n = jumlah periode